

ШИФР 09-100

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

учащегося 9 класса  
муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Средняя общеобразовательная школа №40»  
Старооскольского городского округа Белгородской области

Невгад Екатерины Федоровны

Педагог-наставник:  
учитель математики МАОУ  
«Средняя общеобразовательная школа №40»  
Зубкова Валентина Васильевна

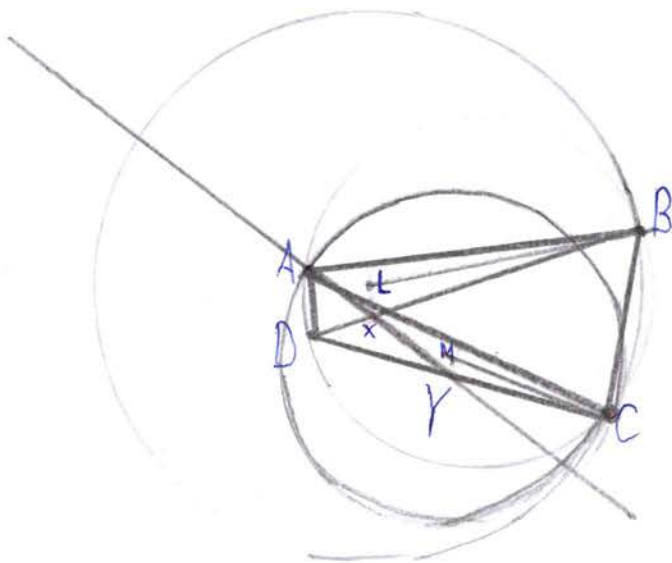
Если среди 32 человек есть 16 именов и 16 ризарей, а монеты даны лишь некоторым, не более трех, то найдём наибольшее количество монет, которое можно суммарно дать всем этим 32 людям. Условно из количества каждого ответа ("0"-8; "1"-8; "2"-8; "3"-8) предположим самый наибольший вариант: тогда те, кто ответил "3" и "2" говорят правду и являются ризарями, тогда оставшиеся 8 ответов "0" и 8 ответов "1" будут являться именовыми и говорят ложные ответы. Тогда, предположим, что каждый из именовых получил максимум монет - восемь, то осталось найти сумму всех монет: сумма у именовых будет  $(8 \cdot 3) + (8 \cdot 3) = 24 + 24 = 48$ . А сумма у ризарей  $(8 \cdot 2) + (8 \cdot 3) = 16 + 24 = 40$ . Получается, что общая сумма монет (наибольшая) будет ~~88~~  $(48 + 40)$ . Сумма равна 88 монет. Наибольшее количество монет суммарно можно дать всем этим 32 людям ~~88~~ 88 монет.

Ответ: 88 монет.

9.4

Итого 7

оп/п	Кат-го	Решение
1	0	Анн О. М. Комкова, Л. П. Комкович
2	0	Анн Т. В. Мухомова, Л. В. Васильева
3	0	Анн Р. В. Васильева, Л. П. Комкович
4	0	Анн В. В. Васильева, Л. П. Комкович
5	0	Анн В. В. Васильева, Л. П. Комкович



так как в этих точках находится точка пересечения серединных перпендикуляров данных треугольников. Соответственно, BL и MC являются радиусами окружностей, описанных около треугольников ABX и ACY. Доказав все это на рисунке, мы понимаем, что окружности касаются внутренним способом, а C - это точка касания окружностей, описанных около треугольников ABX и ACY. Окружности касаются внутренним способом, потому что у треугольника ABX радиус больше, чем у треугольника ACY.

Дано: ABCD вписан в окружность;  
Доказать: ~~окружности~~ описанные около  $\triangle ABX$  и около  $\triangle ACY$  касаются.  
Доказательство:

Рассмотрим центральный угол ABCD, вписанный в окружность. Прямая, проходящая через точку A, пересекает отрезки BD и CD в точках X и Y соответственно.

Образовались два треугольника:  $\triangle ABX$  и  $\triangle ACY$ . Уточню, опишем окружности около  $\triangle ABX$  и около  $\triangle ACY$ . Точки L и M будут являться серединными перпендикулярами к отрезкам AB и AC.



Да, существует 18 последовательных натуральных чисел, таких, что и сумма этих чисел образует 18 последовательных натуральных чисел (необязательно записанных по порядку).

Возьмем  $n_1$  - за первое такое натуральное число,

$n_2$  - за второе;  $n_3$  - за третье и т.д.

Построим сумму из этого формулу:

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + n_9 + n_{10} + n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{14} + n_{15} + n_{16} + n_{17} + n_{18} = \\ = \underline{n_1 n_2 n_3 n_4 n_5 n_6 n_7 n_8 n_9 n_{10} n_{11} n_{12} n_{13} n_{14} n_{15} n_{16} n_{17} n_{18}} \text{ (в любом порядке)}$$

Теперь, на основе алгебраической логики, стало понятно и очевидно, что существует 18 последовательных натуральных чисел, таких, что и сумма этих последовательных натуральных чисел образует 18 последовательных натуральных чисел, важно, что они будут записаны не по порядку, но так как это разрешено условием задачи, ответ будет "да".

Ответ: да, существуют.

9.5.

Нет, невозможно выбрать числа  $a_1 - a_{10}$  так, чтобы произведения  $a_1 a_2 a_3 a_4$ ;  $a_2 a_3 a_4 a_5$ ; ...;  $a_8 a_9 a_{10} a_1$ ;  $a_9 a_{10} a_1 a_2$ ;  $a_{10} a_1 a_2 a_3$ , записанные в некотором порядке образовывали последовательные натуральные числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Это невозможно, так как, несмотря на то, что их можно записывать в любой порядке, не получится:  $a_1 a_2 a_3 a_4 / a_2 a_3 a_4 a_5 / a_8 a_9 a_{10} a_1 / a_9 a_{10} a_1 a_2 / a_{10} a_1 a_2 a_3$  не будут соответствовать последовательным натуральным числам, данным в условии данной задачи.

Ответ: выбрать данные числа невозможно



Мы имеем уравнение  $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$ , где  $a, b, c$  - некоторые числа. Примем по условию задачи  $a > b$ . Если таме обнаружится, что уравнение имеет четыре корня, и эти корни являются последовательными натуральными степенями тройки, то найдем все простые числа, которые могут быть делителями числа  $3a - 4b$ . Если уравнение равно нулю, то  $(x^2 - ax + c) = 0$  или  $(x^2 - bx + c) = 0$ . Возведем число "3" в некоторые степени для удобства:  $3^2 = 9$ ;  $3^3 = 27$ ;  $3^4 = 81$ ;  $3^5 = 243$ . Можно сделать вывод, что все простые числа, которые могут быть делителями числа  $(3a - 4b)$  будут кратны тройке. Представим все простые числа, которые могут быть делителями числа  $(3a - 4b)$  за  $y$  (для удобства). Итак, найдем возможные  $y$ .  
 Итак как корней уравнения 4, то будем подставлять 4 возможных числа: я буду записывать ~~3~~ варианты, для того, чтобы найти возможные  $y$ .

$$1) \frac{3a - 4b}{y} = \frac{3 \cdot 9 - 4 \cdot 3}{15} = \frac{27 - 12}{15} = \frac{15}{15} = 1.$$

Итак, число 15 может быть делителем и на  $(1, 3, 5, 15)$ , так что все эти числа возможные делители.

$$2) \frac{3 \cdot 27 - 4 \cdot 9}{45} = \frac{81 - 36}{45} = \frac{45}{45} = 1.$$

Итак, число 45 может быть делителем, а так как оно делится еще и на 9, то 9 тоже возможный делитель.

$$3) \frac{3 \cdot 81 - 4 \cdot 27}{135} = \frac{243 - 108}{135} = \frac{135}{135} = 1.$$

Итак, число 135 тоже возможный делитель.

Итак из всего вышесказанного, могу сделать вывод:

$$y = \{1, 3, 5, 9, 15, 45, 135\} - \text{все эти числа являются возможными делителями числа } 3a - 4b, \text{ и подходят под условие } a > b$$

Ответ: 1, 3, 5, 9, 15, 45, 135.